

# ЗАДАЧИ - VIII НЕДЕЛЯ

①. Упростившаяся неопределенность:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

②. Исследовать непрерывность функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

③. Найти асимптоты для функции  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ .

\* ИЗОВЫ

④. Упростившаяся  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ .

⑤. Пусть  $\theta \in (0, 2\pi)$ . Докажите, что для любого из значений  $a_n = \sin n\theta$  и  $b_n = \cos n\theta$  выполняется.

⑥. Докажите, что ряд комплексных степеней  $\sum u = z^n$ ,  $z \in \mathbb{C}$ , сходится, если и только если  $|z| < 1$  или  $z = 1$ .

⑦. Докажите, что не существует  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x$ .

⑧. Пусть  $a_n$  — заданная с  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + \sqrt{3a_n^2 + 1}$ .

Докажите, что существуют две взаимно простые дроби, которые являются пределом этой последовательности.